Master en Sciences Physiques

Nanophysique PHYS-F-475

CHAPITRE 2. PRINCIPALES METHODES DE MICROSCOPIE

Exercices

1. Comparer les résolutions spatiales d'un microscope optique et d'un microscope électronique où les électrons sont accélérés par un potentiel de 10 kV. La gamme de longueurs d'onde de la lumière visible se trouve sur la fig. 1. Quel est le domaine des ondes électromagnétiques susceptible d'offrir la même résolution spatiale que le microscope électronique spécifié?

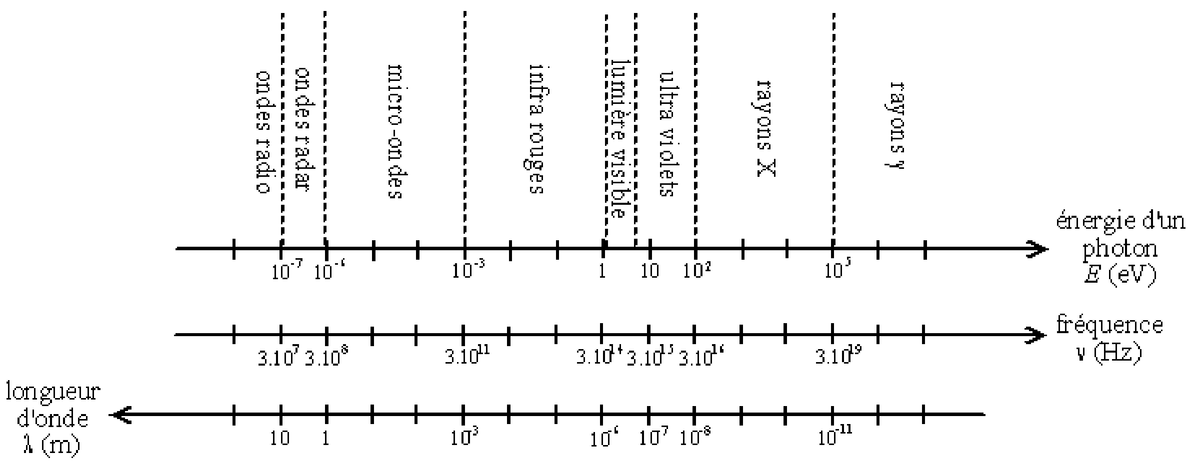

FIG. 1: Spectre des ondes électromagnétiques.

2. Complèter les étapes de la dérivation ci-joint de la limite de diffraction.

3. Quel est le changement de phase lorsque la lumière se propageant dans une région ayant un indice de réfraction n_1, passe à travers une région de largeur L et de l'indice de réfraction n_2? Assumer la frontire est perpendiculaire à la direction de propagation.

4. *STM et effet tunnel*

   - Donner une estimation du coefficient de transmission T d'une particule de masse m à travers une barrière carrée de potentiel de hauteur V_0 lorsque l'énergie E de la particule est inférieure à celle de la barrière: $0 < E < V_0$. Le coefficient de transmission est défini par

$$T = \frac{\text{flux transmis}}{\text{flux incident}} . \tag{1}$$

- Mesurer à l'aide de la fig. 2 quelle est la barrière d'énergie $V_0 - E$ vue par les électrons pour les deux courbes représentées.

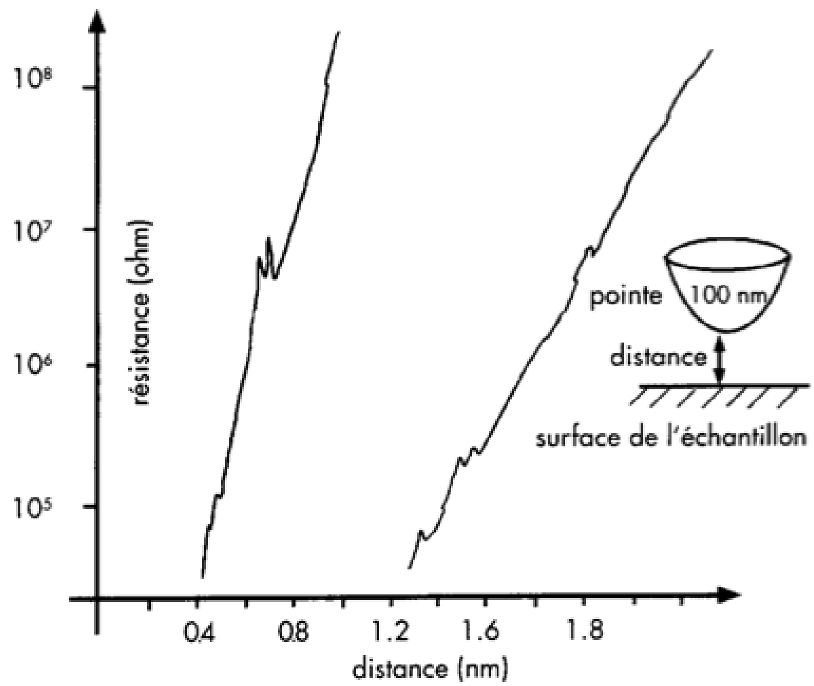

FIG. 2: Variation de la résistance électrique en fonction de la distance entre une surface métallique et une pointe métallique ultrafine séparée de la surface par du vide.

5. Quel est le résultat de le dernier problme si le mouvement de l'électron est traité relativiste?

6. Dériver la forme finale que Bardeen a donné pour l'élément de matrice:

$$\left\langle \phi_{tip}^{(m)} \right| (H - H_{sam}) \left| \psi_{sam} \right\rangle \simeq -\frac{\hbar^2}{2m} \int_{\partial T} \left\{ \phi_{tip}^{m*} \nabla \psi_{sam} - \psi_{sam} \nabla \phi_{tip}^{m*} \right\} \cdot d\mathbf{S} \tag{2}$$

où l'intégration est sur la surface de séparation des deux régions. (Rapellez-vous que "sam" est l'ènchantillon est "tip" est la pointe de la sonde.) Assumer $W_{tip}^{n} \sim W_{sam}$.

La limite de diffraction

En general,

$$\int_V \left(U\nabla^2 V - V\nabla^2 U\right) d\mathbf{r} = \int_{\partial V} \left(U\nabla V - V\nabla U\right) \cdot \widehat{\mathbf{n}} dS$$

Donc, si

$$c^2\nabla^2 \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = 0$$

de sorte que

$$U(\mathbf{r};t) = u(\mathbf{r})\, e^{i\omega t}$$

$$V(\mathbf{r};t) = v(\mathbf{r})\, e^{i\omega t}$$

il s'ensuite que

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + k^2 \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = 0,\ c^2k^2 = \omega^2$$

et

$$\int_{\partial V} \left(u\nabla v - v\nabla u\right) \cdot \widehat{\mathbf{n}} dS = 0$$

Choisi un volume limité par deux surfaces: la plus grande est arbitrare, S, la plus petite est un sphère de rayon R_0. Puis, choisi

$$v = e^{ikr}/r$$

et prendre la limite $R_0 \to 0$. On trouve que

$$u(\mathbf{0}) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{e^{ikr}}{r}\nabla u - u\nabla \frac{e^{ikr}}{r}\right) \cdot \mathbf{n} dS$$

("Kirkoff integral theorem").

Choisi S un plane ($z = 0$) avec aperature de diametre D et

$$u(\mathbf{r}) = ae^{ikz}$$

et et déplacer de telle sorte que $u(\mathbf{0}) \to u(\mathbf{r})$; on trouve que

$$\begin{aligned} u\left(x,y,z\right) &= 2\pi a \int_0^{D/2} J_0\left(k\rho\rho'/z\right) d\rho', \quad \rho = \sqrt{x^2+y^2} \\ &\propto \frac{J_1\left(k\frac{D\rho}{2z}\right)}{\left(k\frac{D\rho}{2z}\right)} \\ &\propto \frac{J_1\left(k\frac{D}{2}\sin\theta\right)}{\left(k\frac{D}{2}\sin\theta\right)} \end{aligned}$$

Il s'ensuite que

$$I \propto \left(\frac{J_1\left(k\frac{D}{2}\sin\theta\right)}{\left(k\frac{D}{2}\sin\theta\right)}\right)^2$$

premiere zero de $J_1\left(x\right)$ vaut $x = 3.83$ de sorte que

$$\begin{aligned} 3.83 &= k\frac{D}{2}\sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{D}{2}\sin\theta \\ &\to D = \frac{3.83}{\pi}\frac{\lambda}{\sin\theta} = 1.22\frac{\lambda}{\sin\theta} \end{aligned}$$