

## CHAPITRE 7. THEOREMES DE FLUCTUATIONS

### Exercices

1. **Theorem de Liouville** Calculez le Jacobien  $|\frac{\partial \Gamma(t+dt)}{\partial \Gamma(t)}|$ .
2. **Jarzynski Relation** Prouvez que  $\langle e^{-\beta W} \rangle = e^{-\beta \Delta F}$  directement (ça veut dire, sans utiliser le theorem de Crooks).
3. **Prouvez que**  $\langle e^x \rangle \geq e^{\langle x \rangle}$ .
4. **Green-Kubo relation** Définissez

$$Q(\lambda, A) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \langle \exp[-\lambda \int_0^t j(t; A)] \rangle$$

et supposer que il y a une theorem de fluctuation qui dit  $Q(\lambda, A) = Q(A - \lambda, A)$ . (Notez que  $j$  est une courant.) On veut developper la moyenne courant comme ça:

$$J \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^\infty \langle j(t; A) \rangle = LA + MA^2 + \dots \quad (1)$$

- (a) Quelle est la relation entre  $J$  et  $Q$ ?
  - (b) En utilisant cette relation, développez une expression pour le coefficient  $L$ . Trouvez un résultat avec la forme d'une relation Green-Kubo entre le coefficient de transport  $L$  et la fonction de corrélation du courant.
5. **Renversement du temps dans la mécanique quantique** L'équation de Schrodinger (avec  $\hbar = 1$ ) est

$$i\partial_t A(t) = [A, H]$$

et supposez que  $H$  soit independent du temps. Nous supposons qu'il y a une opérateur  $T$  de sorte que  $TA(t)T^{-1}$  est une solution de l'équation de Schrodinger avec  $t \rightarrow -t$  pour tous opérateur,  $A$ . Prouvez que  $iT = -Ti$ .